

土曜講座 数学問題演習 第三回

2006年6月3日

1

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\sin \theta, \tan \theta$ の値を求めよ。

(2) $\tan \theta = \sqrt{3} - 2$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ の値を求めよ。

(3) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ の値を求めよ。

2

$\triangle ABC$ において、次の問いに答えよ。

(1) $BC = 2, \angle A = 60^\circ, \angle B = 75^\circ$ のとき、 AB の長さとお外接円の半径 R を求めよ。

(2) $BC = 1, CA = \sqrt{3}, \angle C = 30^\circ$ のとき、 AB の長さを求めよ。

3

次の等式が成り立つとき、 $\triangle ABC$ はどのような三角形か。

(1) $a \sin A + b \sin B = c \sin C$

(2) $a \cos A + b \cos B = c \cos C$

4

(1) $\triangle ABC$ において、 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ のとき、 $\cos A : \cos B : \cos C$ を求めよ。

(2) 半径 4 の円に内接する $\triangle ABC$ において、

$$4 \sin(A + C) \sin B = 1$$

が成り立つとき、辺 AC の長さを求めよ。

5

次の等式が成り立つとき、 $\triangle ABC$ はどのような三角形か。

$$(1) 2 \cos A = \frac{\sin C}{\sin B}$$

$$(2) \sin A \cos A = \sin B \cos B + \sin C \cos C$$

$$(3) a^2 + b^2 + c^2 = bc \left(\frac{1}{2} + \cos A \right) + ca \left(\frac{1}{2} + \cos B \right) + ab \left(\frac{1}{2} + \cos C \right)$$

6

一辺の長さが $\sqrt{3}$ 、その対角が $\frac{\pi}{3}$ である三角形について、他の 2 辺の長さの和の最大値を求めよ。