

土曜講座 数学問題演習 第二回

2006年5月27日

1

次の2次関数のグラフをかけ。

(1) $y = 2(x - 1)^2 + 1$

(2) $y = -x^2 + 2x + 1$

(3) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x$

(4) $y = (x - 1)(x - 3)$

2

(1) $x - y = 1$ のとき、 $x^2 - 2y^2$ の最大値と、そのときの x, y の値を求めよ。

(2) $y = -(x^2 - 2x + 2)^2 + 6(x^2 - 2x + 2) + 2$ について

(i) $x^2 - 2x + 2 = t$ とおくと、 t のとりうる値の範囲を求めよ。

(ii) y の最大値を求めよ。

3

次の方程式、不等式を解け。

(1) $|x^2 + 6x + 8| = 4x + 11$

(2) $x^2 - 2x - 3 > |x - 1|$

4

区間 $0 \leq x \leq 1$ における 2 次関数 $y = -x^2 - ax + a^2$ の最大値 M を求めよ。また、 $M = 5$ のとき、 a の値を求めよ。

5

x の 2 次関数 $y = ax^2 + bx$ (a, b は定数) の $0 \leq x \leq 1$ における最大値が 16、最小値が -9 となる a, b の組は 2 組あるという、このとき、 a の値を求めよ。

6

2 次方程式 $x^2 + (m+1)x + 2m - 1 = 0$ の 2 つの解が整数となるような、整数 m を求めよ。

7

実係数の 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ は虚数解をもつものとする。
 $a + b + c < 0$ のとき、 $c < 0$ であることを示せ。

8

$x > 0, y > 0$ で、 $x + y = 1$ のとき

(1) $\frac{1}{xy}$ がとる値の範囲を求めよ。

(2) $\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \left(1 + \frac{1}{y^2}\right)$ がとる値の範囲を求めよ。